

Öğrenci Konu Notu 02 — Sayıları Parçalayalım: Çarpanlar ve Katlar

Bu notta **pozitif tam sayıların çarpanlarını ve pozitif katlarını** inceliyoruz. Bir sayıyı eşit gruplarla nasıl kurduğumuzu görmek, yalnızca bir liste ezberlemekten daha yararlıdır.

Bu derste neler öğreneceğim?

- Bir sayının çarpanlarını dikdörtgen düzenlerinden eksiksiz bulacağım.
- Aynı çarpma eşitliğini hem “çarpan” hem “kat” cümlesi olarak okuyacağım.
- Çarpan listesinin neden bittiğini, pozitif kat listesinin neden sürebildiğini açıklayacağım.

1. Hazırlanalım: Eşit gruplar

$6 \times 4 = 24$ eşitliğini **6 grup, her grupta 4 nesne** diye okuyabiliriz. Aynı 24 nesneyi dört sıra, her sırada altı nesne olarak da dizebiliriz. Her iki düzende de nesne artmaz. Bu yüzden $24 \div 6 = 4$ ve $24 \div 4 = 6$ işlemleri kalansızdır.

🤔 Dur ve Düşün

24 pulu hiç artırmadan, her sırada eşit sayıda pul olacak biçimde başka kaç dikdörtgene dizebilirsin? Bir dikdörtgeni döndürmek yeni bir düzen sayılır mı?

2. Dikdörtgenlerden çarpanlara

24 pul için döndürülmüş biçimleri aynı sayarsak şu düzenleri buluruz:

Sıra sayısı	Her sıradaki pul	Çarpma eşitliği
1	24	$1 \times 24 = 24$
2	12	$2 \times 12 = 24$
3	8	$3 \times 8 = 24$
4	6	$4 \times 6 = 24$

6×4 ile 4×6 aynı dikdörtgenin çevrilmiş hâlidir; yeni bir **çarpan çifti** saymayız. Ancak çarpan listesini yazarken çiftin **iki ucunu da** alırız. Bu nedenle 24'ün pozitif çarpanları **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24** olur.

Bir pozitif sayı, 24'ü **kalansız bölüyorsa** 24'ün çarpanıdır. Örneğin $24 \div 8 = 3$ olduğundan 8 bir çarpanıdır. 5 ise çarpan değildir; 24 pulu beşerli grupladığımızda dört pul artar.

Başka çift kalmadığını nasıl anlarız? Küçük kenarları 1, 2, 3 ve 4 olarak sırayla denedik. Yeni bir çiftte iki kenar da en az 5 olsaydı en az $5 \times 5 = 25$ pul gerekirdi. Bizde 24 pul var. Böylece liste tamamlanır.

3. Aynı eşitliği iki yönden oku

Şu eşitliği incele: $6 \times 4 = 24$.

- **6, 24'ün çarpanıdır.** Çünkü 24, 6'ya kalansız bölünür.
- **24, 6'nın katıdır.** Çünkü dört tane 6, 24 eder.

Bir çarpma eşitliği bize iki yönü birden anlatır. “6, 24'ün katıdır” cümlesi ise bu ilişkiyi ters çevirdiği için yanlıştır. Sayıların cümledeki yerine dikkat et.

4. Katları üret ve karşılaştır

Bir, iki, üç, dört, beş tane 6'lık grup sırasıyla **6, 12, 18, 24, 30** nesne eder. Bunlar 6'nın ilk beş **pozitif katıdır**. Bir 6'lık grup daha ekleyince 36 olur; sonra bir grup daha ekleyince 42 olur. Her seferinde yeni bir grup ekleyebildiğimiz için pozitif kat listesi burada bitmez.

24'ün çarpanlarını ise tamamlayabiliriz: 24'ten büyük pozitif bir sayı 24'ü kalansız bölemez. Kısacası **pozitif çarpan listesi sonludur; pozitif kat listesi sürdürülebilir**. Bu notta 0'ı değil, pozitif katları listeliyoruz.

5. Çözümlü örnekler

Örnek 1 — Çiftleri sistemli bul

Soru: 18'in bütün pozitif çarpanlarını bul. Listenin tamamlandığını açıkla.

Çözüm: Döndürmeleri aynı sayarak 1×18 , 2×9 ve 3×6 çiftlerini buluruz. 4 ve 5, 18'i kalansız bölmez. İki kenar da en az 5 olsaydı en az $5 \times 5 = 25$ nesne gerekirdi; 18 için başka yeni çift olamaz. Çiftlerin iki ucundan **1, 2, 3, 6, 9, 18** listesini elde ederiz. Kontrol: her sayı 18'i kalansız böler.

Örnek 2 — Kat listesi neden sürer?

Soru: 7'nin ilk beş pozitif katını yaz ve sonraki katı bul.

Çözüm: $7 \times 1 = 7$, $7 \times 2 = 14$, $7 \times 3 = 21$, $7 \times 4 = 28$, $7 \times 5 = 35$. Bir 7 daha ekleyince **42** olur. Aynı adımı yeniden uygulayabiliriz; beş terim yazmış olmamız listenin bittiği anlamına gelmez.

Örnek 3 — Yönü kontrol et

Soru: $5 \times 6 = 30$ eşitliğinden 5 ve 30 için bir çarpan, bir kat cümlesi kur.

Çözüm: 5, 30'un çarpanıdır, çünkü $30 \div 5 = 6$ ve kalan yoktur. **30, 5'in katıdır**, çünkü altı tane 5, 30 eder. İlk cümlede küçük sayı çarpandır; ikinci cümlede sonuç kat olarak okunur.

6. Dikkat! Yaygın hatalar

⚠ Çiftin diğer ucunu unutma

$3 \times 8 = 24$ ise yalnız 3 değil, **8 de** 24'ün çarpanıdır. Döndürmeleri aynı saymak, çarpan listesinden bir ucu çıkarmak demek değildir.

⚠ Çarpan ile katın yönünü karıştırma

$4 \times 6 = 24$ için “4, 24'ün çarpanıdır” ve “24, 4'ün katıdır” doğrudur. Hangi sayıyı böldüğünü veya hangi sayıyı tekrar eklediğini kontrol et.

“Beş kat yazdım; demek katlar bitmez” sözü tek başına gerekçe değildir. **Neden** yeni bir kat bulabildiğini söyle: Bir grup daha ekleyebilirsin.

7. İleri Seviye — İsteğe Bağlı

Bir sayı kendisiyle eşleşen bir çarpan çifti de oluşturabilir. Örneğin $3 \times 3 = 9$. 9'un farklı düzenleri 1×9 ve 3×3 olur. Çarpanları **1, 3, 9** diye yazarken 3'ü yalnız bir kez sayarız.

Bu bölüm atlandığında aşağıdaki ilk altı soruyu yine çözebilirsin.

8. Kısa özet

- Çarpan çiftlerini bulurken düzenleri döndürülmüş biçimleriyle tekrar saymam; listede iki ucu da yazarım.
- $a \times b = n$ eşitliği, “ a , n 'nin çarpanıdır” ve “ n , a 'nın katıdır” cümlelerini kurmamı sağlar.
- Pozitif çarpanları tamamlayabilirim. Pozitif katlarda ise aynı gruptan bir tane daha ekleyerek devam edebilirim.

9. Ders sonu soruları

Soruları önce kendi başına çöz. Sonuç kadar **nasıl bildiğini** de yaz. İlk altı soru temel çalışmadır; son iki soru seçmelidir.

1. (OKN-01) 10'un bütün pozitif çarpanlarını yaz. Bunları hangi çarpan çiftlerinden buldun?

Çözümüm:

2. (OKN-02) 11'in ilk dört pozitif katını yaz. Beşinci katı nasıl bulacağını açıkla.

Çözümüm:

.....

3. (OKN-03) $8 \times 5 = 40$ eşitliğine göre “8, 40'ın çarpanıdır” cümlesi neden doğrudur? Aynı eşitlikten bir kat cümlesi kur.

Çözümüm:

.....

4. (OKN-04) 28 nesneyi artansız dikdörtgenler hâlinde diz. Döndürmeleri aynı sayarak bütün çarpan çiftlerini ve 28'in bütün pozitif çarpanlarını yaz. Listenin tamamlandığını nasıl kontrol ettin?

Çözümüm:

.....

.....

5. (OKN-05) “26 çift sayı olduğuna göre bütün çarpanları çifttir.” iddiasını değerlendir. Doğru değilse bir karşı örnek ver ve neden çarpan olduğunu göster.

Çözümüm:

.....

6. (OKN-06) Bir öğrenci 6'nın pozitif katlarını 6, 12, 18, 24, 30 diye yazıp “Bütün katları buldum” diyor. Bu düşüncedeki hatayı açıkla ve sıradaki iki katı bul.

Çözümüm:

.....

İleri seviye sorular — seçmeli

7. (OKN-07) 16'nın döndürme dışı bütün dikdörtgenlerini yaz. 4×4 düzeni çarpan listesine neden iki tane 4 eklemes?

Çözümüm:

.....

8. (OKN-08) 10 ile 30 arasında, uçlar dâhil, **tam üç farklı pozitif çarpanı** olan bir sayı bul. Üç çarpanı yaz ve başka çarpan kalmadığını gerekçelendir.

Çözümüm:

.....

.....

Dersteki fikri kısa bir çalışmayla yeniden kurmak istersen [Bir Tur Daha! 02](#) dosyasını kullanabilirsin.