

Bir Tur Daha! 00 — Sayı Nedir? Matematiğin Diline Yolculuk

Bu Çalışmada Neleri Hatırlayacağız?

Bu notta:

- aynı sayının farklı biçimlerde gösterilebildiğini,
- bir sembolün anlamının kullanılan sisteme göre değişebildiğini,
- sıfırın basamaklı sayı sistemindeki görevini,
- bir örüntüden tahmin üretmeyi,
- çok sayıda örneğin neden tek başına yeterli olmadığını

yeniden düşüneceğiz.

1. Aynı Sayı, Farklı Gösterimler

Derste aynı sayıyı farklı biçimlerde gösterebildiğimizi gördük.

Örneğin 5 sayısı:

- 5
- V
- beş
- ● ● ● ● ●

biçimlerinde gösterilebilir.

Görünüşleri farklıdır; ama hepsi aynı sayıyı anlatır.

Temel Fikir

Bir sayı ile onu göstermek için kullandığımız işaret aynı şey değildir.

Aynı sayı farklı biçimlerde gösterilebilir.

Matematik bu yönüyle biraz dile benzer. Aynı düşüncüyü farklı kelimelerle anlatabildiğimiz gibi, aynı sayıyı da farklı işaretlerle gösterebiliriz.

2. “10” Her Zaman On mu?

Günlük hayatta onluk sayı sistemini kullanıyoruz. Bu yüzden:

$$10$$

gördüğümüzde hemen “on” diyoruz.

Ama kullanılan sistem değişirse aynı işaretlerin anlamı da değişebilir.

Örneğin ikilik sayı sisteminde:

$$10_2 = 2$$

olur.

Burada amacımız ikilik sistemi öğrenmek değil. Önemli olan şu:

Temel Fikir

Bir gösterimin ne anlama geldiğini anlayabilmek için hangi sistemde kullanıldığını da bilmemiz gerekir.

3. Sıfır Gerçekten “Hiçbir Şey” mi?

Şu iki sayıya bakalım:

$$37 \quad 307$$

İkisinde de 3 ve 7 rakamları var. Ama aynı sayı değiller.

Çünkü rakamların bulunduğu yer, yani **basamak**, değerlerini değiştirir:

$$37 = 3 \cdot 10 + 7$$

ama:

$$307 = 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 7$$

olur.

307 sayısındaki 0'ı silersek 37 elde ederiz.

Demek ki 0 burada “önemsiz bir boşluk” değildir.

Sıfır, basamaklı sayı sisteminde bir yeri koruyabilir.

4. Bir Örüntü Fark Edelim

Derste şu toplamları incelemiştik:

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Sonuçlar:

$$1, \quad 4, \quad 9, \quad 16$$

oluyor.

Bunları çarpma biçiminde yazarsak:

$$1 = 1 \cdot 1$$

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$16 = 4 \cdot 4$$

olduğunu görürüz.

Bu düzen bize şu tahmini yaptırabilir:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

çünkü:

$$25 = 5 \cdot 5$$

olur.

Dur ve Düşün

Bir sonraki sonucu tahmin etmek güzel.

Peki **neden** böyle bir düzen oluşuyor?

5. Neden Kareler Oluşuyor?

1×1 bir kareyi 2×2 kareye büyütmek için **3** yeni birim kare ekleriz.

2×2 kareyi 3×3 kareye büyütmek için **5** yeni birim kare ekleriz.

3×3 kareyi 4×4 kareye büyütmek için **7** yeni birim kare ekleriz.

Eklenen sayılar:

$$3, \quad 5, \quad 7, \quad \dots$$

şeklinde devam eder.

Yani kare büyüdükçe sıradaki tek sayı kadar yeni birim eklenir.

Bu yüzden:

$$1 + 3 + 5 + \dots$$

toplamlarında kare biçiminde sayılar ortaya çıkar.

Temel Fikir

Örüntüyü görmek bize **tahmin** yaptırır.

Yapının neden oluştuğunu görmek ise tahminimizi **açıklamamızı** sağlar.

6. Çok Örnek Görmek Yeterli mi?

Bir kural:

- 5 örnekte,
- 100 örnekte,
- hatta 1000 örnekte

doğru çıkabilir.

Bu bize güçlü bir ipucu verir.

Ama hiç denemediğimiz başka durumlar hâlâ vardır.

⚠️ ⚠️ Dikkat

Birkaç örneğin doğru çıkması bize güçlü bir ipucu verir. Ama bir kuralın her zaman doğru olduğunu söylemek için nedenini de açıklamamız gerekir.

Bir şeyin neden her zaman doğru olduğunu göstermeye matematikte **ispat** denir.

Bu yıl formal ispatlar yapmayacağız; ama sık sık:

“Neden?”

sorusunu soracağız.

7. Bu Yıl Nasıl Düşüneceğiz?

Derslerde sık sık şu dört adımı kullanacağız:

FARK ET → TAHMİN ET → AÇIKLA → KONTROL ET

Fark Et

Sayıda, şekilde veya örüntüde bir düzen gör.

Tahmin Et

Henüz bütün işlemleri yapmadan ne olabileceğini düşün.

Açıkla

“Neden böyle?” sorusuna cevap vermeye çalış.

Kontrol Et

Tahminini örnek, hesap veya şekille sınayarak kontrol et.

🔥 Important

İleri Matematik dersinde yalnızca:

“Cevap kaç?”

sorusunu değil,

“Bunu nereden biliyorsun?”

sorusunu da önemseyeceğiz.

8. Birlikte Bakalım

Örnek 1

Aşağıdakiler aynı sayıyı mı gösteriyor?

7 — VII — yedi

Cevap: Evet. Üçü de **7 sayısını** farklı biçimlerde gösterir.

Örnek 2

Aşağıdaki iki sayı neden farklıdır?

42 402

Çünkü:

$$42 = 4 \cdot 10 + 2$$

ama:

$$402 = 4 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 2$$

olur.

0, onlar basamağındaki yeri korur.

Örnek 3

İşlemi tek tek toplamadan tahmin edelim:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

İlk altı tek sayının toplamını görüyoruz.

Önceki örüntüye göre:

$$6 \cdot 6 = 36$$

olmasını bekleriz.

Kontrol edersek:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

elde ederiz.

9. Şimdi Sen Düşün

Dur ve Düşün

- 0 rakamı 405 sayısında neden önemlidir?
- Bir örüntü 20 örnekte doğru çıktıysa “kesinlikle her zaman doğrudur” diyebilir miyiz? Kısaca açıkla.
- İşlem yapmadan tahmin et:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

Bu sorularda yalnızca cevabı değil, **nasıl düşündüğünü** de önemse.

10. Dersin Özeti

Dersin Özeti

- Aynı sayı farklı biçimlerde gösterilebilir.
- Bir gösterimin anlamı kullanılan sisteme göre değişebilir.
- Sıfır, basamaklı sayı sisteminde önemli bir görev üstlenebilir.
- Örüntüler bize tahmin yaptırır.
- Tahminin ardından “Neden?” sorusu gelir.
- Çok sayıda doğru örnek güçlü bir ipucudur; ama “her zaman” için açıklama gerekir.
- Bu yıl sık kullanacağımız düşünme döngüsü:

FARK ET → TAHMİN ET → AÇIKLA → KONTROL ET

11. Bir Sonraki Derse Küçük Bir Merak

Şu sayılara bak:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...

Bu sayıların hepsini **yalnızca iki gruba** ayırmak isteseydin nasıl bir kural kullanırdın?

Bir sonraki derste sayıların çok düzenli bir özelliğini keşfedeceğiz.